



Multiproducto, SA

Programación Lineal Básica y Análisis de Sensibilidad

Jose Ignacio González Gómez

Departamento de Economía Financiera y Contabilidad - Universidad de La Laguna

www.jggomez.eu

Ejercicio adaptado: <http://materias.fi.uba.ar/7114/infogral.php>

Nombre	Descripción	Tipo PLB-PCE	Base	Informe	Modelo
Multiproducto SA	Planificación de la Producción	PL Básica		SI	Maximizar Beneficio

Enunciado

Una fábrica produce y vende tres tipos de producto (1, 2 y 3). Se dispone de 10 kg diarios de materia prima y de 20 hs de máquina diaria. Cada kilo de producto requiere 1, 2 y 1 kg de materia prima, respectivamente, y de 4, 2 y 2hs de máquina por unidad. Los beneficios unitarios son de 4, 3 y 2€/unidad.

Debido a un contrato firmado con un cliente se deben producir como mínimo, 2 unidades diarias de producto 2.

Nota: Se trabajará con variables continuas, esto quiere decir que las características del producto permite ser producidas y vendidas en decimales.

Resumen de los datos técnicos de producción

	Datos técnicos por Unidad (Kg de output)		
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
<i>Materia Prima por Ud (kg)</i>	1,00 kg/ud	2,00 kg/ud	1,00 kg/ud
<i>Horas Maquina por Ud (kg)</i>	4,0 hr-maq	2,0 hr-maq	2,0 hr-maq
<i>Beneficio Unitario por Ud (kg)</i>	4,00 €/ud	3,00 €/ud	2,00 €/ud

Se pide:

Determinar el nivel de producción y venta que permita maximizar el beneficio. Realizar e interpretar los informes de sensibilidad.

¿Qué sucedería si la condición de beneficio unitario para el producto modelo 2 se modificase y fuese 1 €/ud?

Formulación algebraica del problema

MAX $4P1 + 3P2 + 2P3$

Restricción de disponibilidad de materia prima

$P1 + 2P2 + P3 \leq 10$

Restricción de disponibilidad de horas máquina

$4P1 + 2P2 + 2P3 \leq 20$

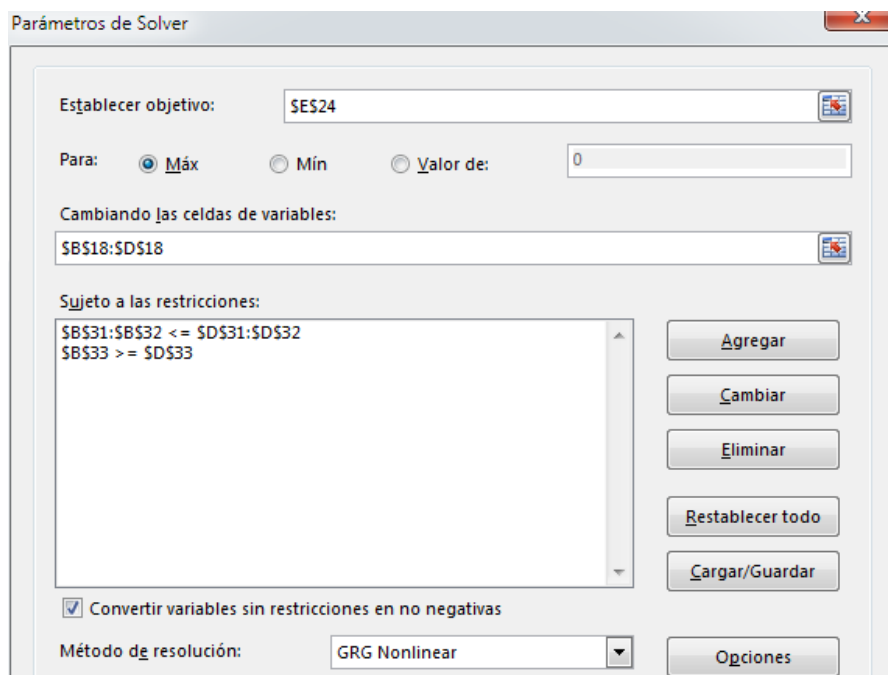
Cumplimiento del contrato firmado - Demanda mínima del producto P2 ≥ 2

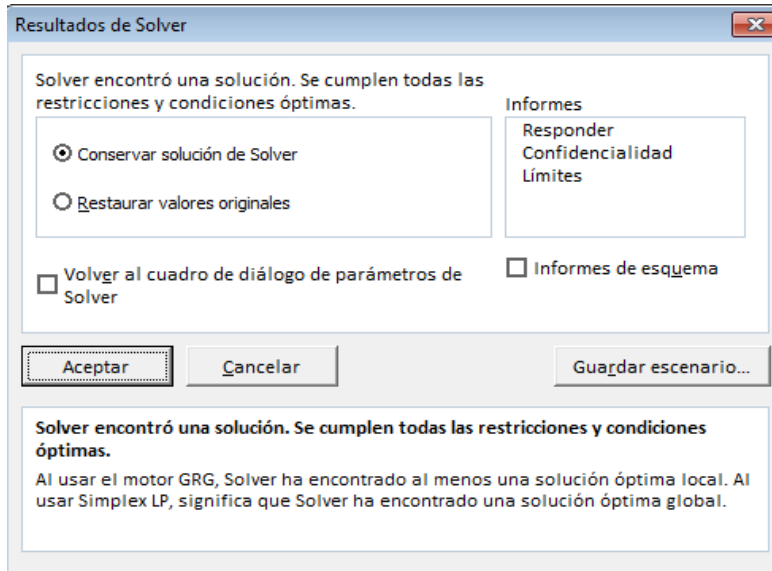
Resolución en Excel

Planteamiento del problema

	A	B	C	D	E	F
14	Variables de Decisión		Función Objetivo		Restricciones	
15	Planteamiento del Problema					
16	Planificación de la Producción de Puertas Semanales					
17		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Total	
18	Uds (Kg) a Producir/Vender				0,0 ud	
19	Materia Prima por Ud (kg)	1,00 kg/ud	2,00 kg/ud	1,00 kg/ud		
20		0,0 kg	0,0 kg	0,0 kg	0,0 kg	
21	Horas Maquina por Ud (kg)	4,0 hr-maq	2,0 hr-maq	2,0 hr-maq		
22		0,0 hr-maq	0,0 hr-maq	0,0 hr-maq	0,0 hr-maq	
23	Beneficio	4,0 um/ud	3,0 um/ud	2,0 um/ud		
24		0,00 um	0,00 um	0,00 um	0,00 um	
25						
26	Restricciones					
27	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>				X1, X2 y X3 ≥ 0	
28	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					
29	Restricciones	Uso Consumo	Disponibilidad de Recursos y Restricciones RHS (Right Hand Side)		Holgura (Slack)	
30						
31	Materia Prima por Ud (kg)	0,00 kg	\leq	10,00 kg	E20	10,00 kg
32	Horas Maquina por Ud (kg)	0,0 hr-maq	\leq	20,0 hr-maq	E22	20,0 hr-maq
33	Demanda minima P2	0,00 ud	\geq	2,00 ud	C18	2,00 ud
34						

Configuración del Solver





Solución propuesta por el Solver

	A	B	C	D	E	F
14	Variables de Decisión		Función Objetivo		Restricciones	
15	Planteamiento del Problema					
16	Planificación de la Producción de Puertas Semanales					
17		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Total	
18	Uds (Kg) a Producir/Vender	3,33 kg/ud	3,33 kg/ud	0,00 kg/ud	6,7 ud	
19	Materia Prima por Ud (kg)	1,00 kg/ud	2,00 kg/ud	1,00 kg/ud		
20		3,3 kg	6,7 kg	0,0 kg	10,0 kg	
21	Horas Maquina por Ud (kg)	4,0 hr-maq	2,0 hr-maq	2,0 hr-maq		
22		13,3 hr-maq	6,7 hr-maq	0,0 hr-maq	20,0 hr-maq	
23	Beneficio	4,0 um/ud	3,0 um/ud	2,0 um/ud		
24		13,33 um	10,00 um	0,00 um	23,33 um	
25						
26	Restricciones					
27	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>			X1, X2 y X3 >= 0		
28	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					
29	Restricciones	Uso Consumo	Disponibilidad de Recursos y Restricciones RHS		Holgura	
30			(Right Hand Side)		(Slack)	
31	Materia Prima por Ud (kg)	10,00 kg	<=	10,00 kg	E20	0,00 kg
32	Horas Maquina por Ud (kg)	20,0 hr-maq	<=	20,0 hr-maq	E22	0,0 hr-maq
33	Demanda minima P2	3,33 ud	>=	2,00 ud	C18	-1,33 ud

Informe de Respuesta

	A	B	C	D	E	F	G
14	Celda objetivo (Máx)						
15	Celda	Nombre		Valor original	Valor final		
16	\$E\$24	Total		0,00 um	23,33 um		
17							
18							
19	Celdas de variables						
20	Celda	Nombre		Valor original	Valor final	Entero	
21	\$B\$18	Uds (Kg) a Producir/Vender Modelo 1		0,00 kg/ud	3,33 kg/ud	Continuar	
22	\$C\$18	Uds (Kg) a Producir/Vender Modelo 2		0,00 kg/ud	3,33 kg/ud	Continuar	
23	\$D\$18	Uds (Kg) a Producir/Vender Modelo 3		0,00 kg/ud	0,00 kg/ud	Continuar	
24							
25							
26	Restricciones						
27	Celda	Nombre		Valor de la celda	Fórmula	Estado	Demora
28	\$B\$31	Materia Prima por Ud (kg) Uso Consumo		10,00 kg	\$B\$31<=\$D\$31	Vinculante	0
29	\$B\$32	Horas Maquina por Ud (kg) Uso Consumo		20,0 hr-maq	\$B\$32<=\$D\$32	Vinculante	0
30	\$B\$33	Demanda minima P2 Uso Consumo		3,33 ud	\$B\$33>=\$D\$33	No vinculante	1,33 ud

Análisis de las Variables de Decisión y Función Objetivo

Como se puede observar de la tabla anterior el óptimo se alcanza con beneficio máximo posible de 23,33 um para lo cual se ha de producir y vender 3,33 kg del modelo 1 e igualmente 3,33 kg del modelo 2 y no produciéndose nada del modelo 3.

De esta forma se optimizan los recursos disponibles de materia prima y de horas maquinarias y se da cumplimiento al compromiso adquirido con el cliente relativo al suministro de 2 unidades del modelo 2.

Análisis de las Restricciones, variables slack o de holgura

La columna Demora de la tabla anterior representan las cantidades que están sobrando (analizar la restricción, en este caso es de menor igual) de dichos recursos (en este caso valen cero, lo que representa que ambos recursos son limitantes, es decir, están saturados).

Por otro lado, la restricción Demanda Minimiza representa en cuánto estamos superando la demanda mínima del producto 2, si observamos el valor que toma vemos que estamos produciendo 1.33 unidades por encima de la demanda mínima (lógico pues P2=3.33).

Informe de confidencialidad

	A	B	C	D	E
6	Celdas de variables				
7				Final	Reducido
8	Celda	Nombre		Valor	Degradado
9	\$B\$18	Uds (Kg) a Producir/Vender Modelo 1		3,333333333	0
10	\$C\$18	Uds (Kg) a Producir/Vender Modelo 2		3,333333333	0
11	\$D\$18	Uds (Kg) a Producir/Vender Modelo 3		0	-0,333333333
12					
13	Restricciones				
14				Final	Lagrange
15	Celda	Nombre		Valor	Multiplicador
16	\$B\$31	Materia Prima por Ud (kg) Uso Consumo		10	0,666666667
17	\$B\$32	Horas Maquina por Ud (kg) Uso Consumo		20	0,833333333
18	\$B\$33	Demanda minima P2 Uso Consumo		3,333333333	0

Estudiaremos a continuación, el valor marginal y del costo de oportunidad, y cómo afecta, en el valor del funcional o función objetivo (beneficio), el incremento o disminución del valor de los términos independientes de las restricciones, pero siempre dentro de cierto rango.

Análisis del coste de oportunidad

La columna Reducido Degradado representa el coste de oportunidad (costo reducido) y que está relacionado con las “variables” o modelos a producir/vender, y representa en cuánto disminuirá el valor de la función objetivo (beneficio) si se le asignara un valor no nulo a dicha variable, es decir, por cada unidad fabricada/vendida de ese producto.

En este caso se está fabricando tanto P1 como P2, por lo tanto dichas variables poseen valor final no nulo y dichas variables formarían parte de la base en la tabla óptima o solución óptima propuesta y al formar parte de la base, poseen un costo de oportunidad nulo, lo que tiene sentido ya que esos productos ya se están fabricando.

Por lo contrario, no se está fabricando P3 y el coste de oportunidad (costo reducido) nos está indicando que por cada unidad que fabriquemos de P3 nuestra función objetivo (beneficio) va a disminuir en 0.33

Análisis del Valor Marginal o Lagrange Multiplicador

La columna Lagrange Multiplicador representa el valor marginal es decir en cuánto mejoraría (aumentar en un problema de máximo, disminuir en un problema de mínimo) el valor actual del funcional si “relajásemos” la restricción asociada en una unidad.

Para el caso del problema planteado tendríamos que analizar en cuánto mejoraría el valor actual función objetivo o beneficio (23.33 um) si:

- Pudiese obtener una unidad más de dicho recurso para la restricción de materia prima.
- Pudiese obtener una unidad más de dicho recurso para la restricción horas máquina.
- Pudiese reducir en una unidad la demanda mínima (para la restricción de demanda mínima del producto P2).

En este caso, vemos que, como era de suponer, al encontrarse ambos recursos saturados, la materia prima y la maquinaria, conviene adquirirlos. Así, por cada unidad adicional de más que podamos disponer de materia prima, la función objetivo (beneficio) se incrementará en 0.66.

Igualmente y para el caso del recursos disponibilidad de horas de máquina una unidad más añadida de este recurso la función objetivo (beneficio) se incrementará en 0.83.

Como era de esperar, al tener la restricción “Demanda Mínima” un valor no nulo, sería una variable que forma parte de la base del resultado y por tanto su valor marginal es cero.

Informe de límite

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
6			Objetivo							
7	Celda		Nombre	Valor						
8	SE\$24 Total			23,33 um						
9										
10										
11			Variable		Inferior	Objetivo	Superior	Objetivo		
12	Celda		Nombre	Valor	Límite	Resultado	Límite	Resultado		
13	SB\$18	Uds (Kg) a Producir/Vender	Modelo 1	3,33 kg/ud	0,00 kg/ud	10,00 kg/ud	3,33 kg/ud	23,33 kg/ud		
14	SC\$18	Uds (Kg) a Producir/Vender	Modelo 2	3,33 kg/ud	2,00 kg/ud	19,33 kg/ud	3,33 kg/ud	23,33 kg/ud		
15	SD\$18	Uds (Kg) a Producir/Vender	Modelo 3	0,00 kg/ud	0,00 kg/ud	23,33 kg/ud	0,00 kg/ud	23,33 kg/ud		

Respecto a la segunda cuestión

¿Qué sucedería si la condición de beneficio unitario para el producto modelo 2 se modificase y fuese 1 €/ud?

Procedemos a modificar el solver y replantear el problema y cuyo resultado final es el que se muestra a continuación.

Debemos prestar atención, que en este caso la variable modificado es la de la celda C23.

	A	B	C	D	E	F
14	Variables de Decisión			Función Objetivo	Restricciones	
15	Planteamiento del Problema					
16	Planificación de la Producción de Puertas Semanales					
17		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Total	
18	Uds (Kg) a Producir/Vender	2,00 kg/ud	2,00 kg/ud	4,00 kg/ud	8,00 ud	
19	Materia Prima por Ud (kg)	1,00 kg/ud	2,00 kg/ud	1,00 kg/ud		
20		2,0 kg	4,0 kg	4,0 kg	10,0 kg	
21	Horas Maquina por Ud (kg)	4,0 hr-maq	2,0 hr-maq	2,0 hr-maq		
22		8,0 hr-maq	4,0 hr-maq	8,0 hr-maq	20,0 hr-maq	
23	Beneficio	4,0 um/ud	1,0 um/ud	2,0 um/ud		
24		8,00 um	2,00 um	8,00 um	18,00 um	
25						
26	Restricciones					
27	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>			X1, X2 y X3 >= 0		
28	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					
29	Restricciones	Uso Consumo	Disponibilidad de Recursos y Restricciones RHS		Holgura	
30			(Right Hand Side)		(Slack)	
31	Materia Prima por Ud (kg)	10,00 kg	<=	10,00 kg	E20	0,00 kg
32	Horas Maquina por Ud (kg)	20,0 hr-maq	<=	20,0 hr-maq	E22	0,0 hr-maq
33	Demanda mínima P2	2,00 ud	>=1	2,00 ud	C18	0,00 ud

Como podemos observar, a grandes rasgos, estamos produciendo 2 unidades de P1, 2 de P2 y 4 de P3 y nuestros recursos se encuentran saturados. Pero ... ¿Qué es lo particular que tiene esta solución?